PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE BALEARES

JUNIO – 2011 (GENERAL)

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Conteste de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Se valorarán la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático y no matemático) empleado por el alumno. Se valorarán negativamente los errores de cálculo.

OPCIÓN A

1º) a) Comprobar que si A es una matriz cuadrada tal que $A^2 = 2A - I$, siendo I la matriz identidad, entonces A es inversible. ¿Cuál es la expresión de A^{-1}?

b) Utilizar el apartado a) para calcular la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

2º) Dados el punto A(1, 3, 0) y el plano $\pi \equiv x + 2y + z - 1 = 0$, determinar las coordenadas del punto A’ simétrico de A con respecto al plano π. Calcular la distancia de A’ al plano π.

3º) Considera la función real definida en toda la recta real por $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{\left(x^2 + 1\right)^2}$.

a) Calcular $f'(x)$ y $f''(x)$ dando los resultados completamente simplificados.

b) Determinar los máximos y mínimos de la función f(x).

4º) Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 1}}$,

a) Calcular F(x) tal que $F'(x) = f(x)$ para cualquier valor de x.

b) Calcular la integral $I = \int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 1}} \cdot dx$.

****

OPCIÓN B

1º) a) Sin desarrollar el determinante, comprobar que $\begin{vmatrix} x & x+1 & x+2 \\ x & x+3 & x+4 \\ x & x+5 & x+6 \end{vmatrix} = 0$.

b) Determinar el rango del siguiente conjunto de vectores:

$$\left\{\overrightarrow{u} = (1,\ -2,\ 0,\ -3),\ \overrightarrow{v} = (-1,\ 3,\ 1,\ 4),\ \overrightarrow{w} = (2,\ 1,\ 5,\ -1)\right\}.$$

2º) Determinar la ecuación del plano π que pasa por los puntos A(1, 0, 0) y B(0, 2, 0) y corta al eje OZ en el punto C(0, 0, c) con c > 0 tal que el área del triángulo ABC vale $\sqrt{6}$ unidades cuadradas.

3º) Considere la ecuación $x^3 + \lambda x^2 - 2x = 1$ siendo λ una constante mayor que 2. Usando los teoremas de Bolzano y Rolle, probar que la ecuación admite una única solución no negativa y más pequeña que 1.

4º) Sea $I = \int_0^1 \frac{2}{3+\sqrt{x}} \cdot dx$:

a) Expresar I aplicando el cambio de variable $x = t^2$.

b) Calcula el valor de I.

****